

# 不完全公的観測下の自己統治による効率性改善：数値例による考察\*

川上敏和<sup>†</sup>

平成30年5月2日

## 概要

本研究では, Rosenthal(1979) によって考案された繰り返しランダムマッチングゲームの枠組みに不完全公的観測の要素を組み込んだモデルについて考察する. 特に, 各期においてプレイされるパートナーシップゲームが, いわゆる不完全公的観測の2シグナルのケースである状況に焦点を当てる. 不完全公的観測の2シグナルのケースにおいては, プレイヤー間の協力によって実現可能な利得は, 効率的な水準を大きく下回ることが知られている. けれども, 本稿では, Fudenberg, Levine, and Maskin(1994) が提示した数値例を用い, 繰り返しゲームを繰り返しランダムマッチングゲームに修正することにより, 各プレイヤーが得る利得はパレート改善できることを示す. Okuno-Fujiwara and Postlewaite(1995), Kandori(1992), Ellison(1994) などに代表されるこの分野の先行研究では, 繰り返しゲームで協力が達成できる状況を, 繰り返しランダムマッチングゲームの枠組みに拡張することは, プレイヤー間の協力をより難しくするが, 戦略設計の工夫, 情報伝達手段の導入, 社会規範の利用など様々な手段を用いることにより社会全体での協力が実現できることが示されてきた. つまり, 少数の固定的なプレイヤー間のゲームならば容易である協力を, 多人数からなる流動的な社会に拡張してもやはり可能であるということが主張されてきた. 逆に, 本研究では繰り返しゲームでは協力が難しい状況を想定し, それを繰り返しランダムマッチングの枠組みに修正することにより, より効率的な利得を達成できることが示される. つまり, 個人間では協力が困難な状況において, 社会の力を用いると, 状況の改善が可能であることを主張したい.

---

\*本論文の作成に当たって, 吉田由寛氏(成蹊大学) から, 貴重なコメントを頂いたことに深い謝意を表したい.

<sup>†</sup>同志社大学政策学部, 〒602-8580 京都市上京区今出川通烏丸東入, E-mail: tkawakam@mail.doshisha.ac.jp,

Tel: +81-75-251-3478

キーワード： 繰り返しランダムマッチングモデル, 不完全公的観測, 社会規範

*JEL Classification Number: C72, C73*

# 1 イントロダクション

繰り返しランダムマッチングモデルの研究は繰り返しゲーム理論の考え方を応用した重要な研究分野である。通常の繰り返しゲームでは、プレイヤー間の関係は固定されており、同じプレイヤー同士が何度も同じゲームをプレイするため、比較的容易に協力は達成されることが知られている。一方で、多数のプレイヤーが存在する社会を想定し、その社会が流動的で、ゲームをプレイする相手が各期各期に変わっていく繰り返しランダムマッチングモデルにおいて、通常の繰り返しゲーム同様にプレイヤー間の協力は達成可能かかという問題が、この分野では主に考えられてきた。繰り返しランダムマッチングモデルを考案したのは Rosenthal(1979) であるが、このモデルの研究意義を明確化したのは、Okuno-Fujiwara and Postlewaite(1995), Kandori(1992), Ellison(1994) である。これらの研究によれば、固定的なプレイヤー同士が繰り返しゲームをする状況は、お互いに顔が見える社会の近似と考えられるが、繰り返しランダムマッチングモデルが捉えようとしているのは、匿名性の高い社会であり、我々の市場経済に近い。そのような社会においても、各プレイヤーが過去にどのような行動を選択したのかについて、情報を伝達するシステムが整備され、彼らが採用する戦略を工夫して設計すれば、社会の全プレイヤー間の協力が実現することが示される。その後、本分野でなされた研究の多く、例えば、Hasker(2007), Deb(2008), Takahashi(2010), Xie and Lee(2012) らの研究も同様の目的意識の下になされた研究と言える。

これに対して本研究では、通常の繰り返しゲームで想定される固定的な関係では協力によって効率的な利得を実現することが困難な状況を考え、その状況を繰り返しランダムマッチングの枠組みに修正し、その結果、より協力が実現しやすくなることを示す。より具体的には、不完全公的観測の状況を想定し、その中でも特にプレイヤーが共通に観測できる公的シグナルが2つしかない、いわゆる2シグナルのケースに焦点を当てる。Mailath and Samuelson(2006) や Fudenberg, Levine and Maskin(1994) などで示されているように、不完全公的観測の2シグナルのケースでは、プレイヤー間の協力は達成可能であるが、協力によって実現可能な利得は効率的な水準から大きく下回ることが知られている。このケースにおいては、自分は協力したにも関わらず悪いシグナルが発生したとき、相手が裏切ったのか、それとも協力したにもかかわらず運悪く悪いシグナルが出たのかの区別がつかない。そのとき、相手も協力を選んだのだが、たまたま悪いシグナルが発生したと看做して罰則を加えなければ、協力の動機付けを与えることができない。従って、悪いシグナルが出た時には相手に何らかの罰則を与える

必要性がある。その際には罰則を加える側も、低い利得に甘んじねばならない。結果として、利得は非効率な水準に陥ってしまうのである。Matsushima(1989) や Fudenberg, Levine and Maskin(1994) は、この非効率性はシグナル構造の特殊性に依存するものであり、一般的にはプレイヤーはより多くの公的シグナルが観察可能であり、そのようにモデルを修正することにより、効率的な協力が実現可能となることを示した。シグナルが多数あれば、ある特定のプレイヤーが協力から逸脱した際に発生しやすいシグナルを特定し、そのシグナルが発生したときに逸脱が最も疑われるプレイヤーに罰則を与えながら、他方のプレイヤーには報酬を与える非対称的罰則と呼ばれるペナルティー設計が可能となるからである。

お互いに相手の行動が直接観察できない状況下で、自分が協力から逸脱し、自分が逸脱したらしいと相手も察している場合に自らの非を認める罰則を受けるという仮定、つまり Matsushima(1989) や Fudenberg, Levine and Maskin(1994) が用いた考え方は現実の近似として妥当であろうか。それは恐らく場合によるのであって、モラルハザードを問題にしている囚人のジレンマ的な状況ではこのような解決策が適当ではないのではないかというのが筆者の考えである。

不完全公的観測の2シグナルのケースを繰り返しランダムマッチングゲームの枠組みに修正することが、効率性の改善に繋がる理屈は次の通りである。ランダムマッチングゲームにおいては、各期各期にゲームをプレイする相手が入れ替わる。従って、1つ前の期においてあるペアにおいて悪いシグナルが発生したとしても、彼らはペアを解消し別のプレイヤーと次の期にはゲームを行う。その場合、十分高い確率で前の期に良いシグナルを得たプレイヤーとペアを組むことになり、その際には、自分は罰則を受けながら、相手には報酬を与えるという非対称的罰則の要素を自然な形で組み込むことが出来るからである。この結果は次のような意義があると思われる。これまでの研究の文脈では、少数の個人間の繰り返しゲームならば容易である協力を、多人数からなる社会をモデル化した繰り返しランダムマッチングに拡張してもやはり可能であるということが主張されてきた。逆に、本研究では繰り返しゲームでは協力が難しい状況を想定し、それを繰り返しランダムマッチングの枠組みに修正することにより、より効率的な利得を達成できることを示すことが出来る。つまり、個人間では協力が困難な状況において、社会の力を用いることによる状況の改善の可能性を明らかにした。ただし、モデルの分析は数値例を用いたものに留まっている。

本モデルでは、各プレイヤーには状態変数が設定されており、変数には2つの実現値があると仮定している。加えて、変数の値は自分や相手プレイヤーのとり行動に依存して、プレイヤー

間に発生するシグナルに応じて変化すると仮定している。その結果、社会には状態変数が一方の実現値であるプレイヤーと、もう一方の実現値であるプレイヤーが混在し、両者の人数の割合は時間を通じて変動する。そして、その割合は各プレイヤーの利得に影響を及ぼす。そのため、各プレイヤーが協力的な行動に従うかどうかは、社会全体の状態変数の分布に依存する。従って、ある種の均衡を考えるときに、状態変数の分布も均衡概念として含める必要がある。そこで、本稿では状態変数の分布の定常状態において、各プレイヤーがある指定された戦略に従うことを均衡概念と定めている。この考え方に近い均衡概念を用いて分析を行っている研究として、Ghosh and Ray(1996)が挙げられる。彼らのモデルは本稿と同様に、多数のプレイヤーからなる社会を想定し、各プレイヤーは別のプレイヤーとペアになりゲームをプレイする状況が分析される。ただし、マッチングは内生的であると仮定される。つまり、プレイヤーは現在のペアと長期的にペアを組むこともできるし、ある時点で別れることもできる。その結果、社会にペアを組んでいる状態のプレイヤーと、ペアを組んでおらず相手を探している状態のプレイヤーが存在する。その比率が、本稿同様、プレイヤーの利得に影響する。従って、Ghosh and Ray(1996)においても社会の定常状態において、特定の戦略に従うことを均衡と定め、その均衡について分析を行っている。つまり、Ghosh and Rayは内生的マッチングモデルで、定常状態における均衡分析を行ったのに対して、本稿ではランダムマッチングモデルで、定常状態における均衡分析を行っている整理できる。

繰り返しランダムマッチングゲームの文脈においては、社会規範という考え方が強調される。その言葉は社会において望ましいとされる行動とそこから逸脱した際に課される制裁の組み合わせを一般的に指す。本稿では特に、Okuno-Fujiwara and Postlewaite(1995)による定義に即して、本研究における社会規範の定義と役割を明確化しておきたい。Okuno-Fujiwara and Postlewaite(1995)の社会規範の定義は2つの要素からなる。1つ目の要素は社会的に標準的な行動と呼ばれるもので、具体的には自分がゲームに直面した際に、自分と相手の状態に応じてプレイヤーがどのように行動すればよいかの指針である。2つ目の要素は推移関数と呼ばれるもので、自分がゲームでどのような行動をとったかに応じて、自分の次期の状態変数を決定するルールである。本研究では、戦略の記述を、いわゆる繰り返しゲームで標準的に用いられるオートマトン表現に準じて行っている。その下で、社会的に標準的な行動は産出関数に対応し、推移関数は、オートマトン表現の推移関数にそのまま対応する形となる。そして、両者を併せたものを本稿では戦略と呼んでいる。このような対応関係を整理した上で、産出関数についてはこれまでの研究に新たな意味を加えるものはない。一方で、推移関数に関しては、

その設定を変えることが、逸脱が疑われるプレイヤーへの罰則の加減の程度や、罰則を受けている状態のプレイヤーをゆるす程度についての社会での共通認識とも解釈できることが分かる。これはモデルを不完全公的観測に修正したために可能になった点と言える。

本稿のこれ以降の構成は以下の通りである。第2章で、モデルの設定を行う。第3章では、数値例を用いてモデルを分析する。3通りの数値例を考察し、繰り返しランダムマッチングモデルへの修正により、通常の繰り返しゲームより高い平均利得が均衡において実現されることを示す。第4章では、本稿で考察したモデルには、どのような戦略が均衡となるのか、また均衡で実現できる平均利得について何が言えるのかを、数値例の分析から調べた内容のまとめを述べる。第5章では、得られた結果の振り返りと残された課題について言及し、結論としたい。

## 2 モデル

この章では、本稿で考察するモデルの設定を行う。Rosenthal(1979)によって考案された繰り返しランダムマッチングモデルが本稿のモデルのベースである。つまり、ある社会を想定し、その社会を構成するプレイヤーが2人ずつペアになり、パートナーシップゲームをプレイする。各プレイヤーは各期各期に違う相手と新しくペアを組み、ゲームをする状況に置かれるとする。社会を構成するプレイヤーの集合を  $I$  で表し、プレイヤーの数は区間  $[0, 1]$  の連続体に等しいとする。つまり、 $I \equiv [0, 1]$  である。各プレイヤーはこのような状況が無限期間続く動学的なゲームをプレイする。この動学ゲームを今後  $\Gamma$  と呼ぶことにする。各期の時点点を  $t \in \{1, 2, 3, \dots\}$  で表す。

### 2.1 成分ゲーム

各期において、プレイヤーがプレイする成分ゲームは以下の通りとする。各期の初めにすべてのプレイヤーはランダムマッチングによりペアを組み、各ペアは以下に定義するパートナーシップゲームをプレイする。

プレイヤー  $i \in I$  は各期に行動  $a_i \in \{E, S\} \equiv A_i$  を選択する。ここで、記号  $E$  は(真面目に)「努力する」を表し、 $S$  は「怠ける」を表すとする。ペアにおけるプレイヤー  $i$  の相手プレイヤーを記号  $j$  で表現する。加えて、 $a \equiv (a_i, a_j)$  をプレイヤー  $i$  と  $j$  の戦略の組とする。各期の終わりに、ペアを組んでいるプレイヤーは公的シグナル  $y \in \{\bar{y}, \underline{y}\}$  を観察する。シグナル  $\bar{y}$  は「良い」シグナルを意味し、シグナル  $\underline{y}$  は「悪い」シグナルを意味する。両プレイヤーが行動の組  $a$  を選択したときに、シグナル  $y$  が実現する確率を関数  $\rho(y|a)$  で表現する。本稿では  $\rho(y|a)$  が次のように具体的な数値をとると一貫して仮定する。

$$(\rho(\bar{y}|a), \rho(\underline{y}|a)) = \begin{cases} (2/3, 1/3), & \text{if } a = EE, \\ (1/3, 2/3), & \text{if } a = SE \text{ or } ES, \\ (0, 1), & \text{if } a = SS. \end{cases}$$

この確率分布は、より多くのプレイヤーが「努力する」を選んだならば、「良い」シグナルが実現しやすいことを意味するように数値を設定している。

パートナーシップゲームをプレイすることにより, 両プレイヤーには共通の収入が発生する. 収入はシグナル  $y$  の関数であり,  $R(y)$  と表す. 本稿では, 具体的に  $(R(\bar{y}), R(\underline{y})) = (12, 0)$  と仮定する. 両プレイヤーは実現した収入を等分する.

一方で, 各プレイヤーは自分が選択した行動に応じて, 費用が発生するとする. プレイヤー  $i$  の費用を  $c_i(a_i)$  という関数で表現する. 本稿では, 具体的に任意のプレイヤー  $i$  について  $(c_i(E), c_i(S)) = (3, 0)$  を仮定する. そのとき, プレイヤー  $i$  の期待利得  $\pi_i(a)$  は次のように計算でき,

$$\pi_i(a) = \rho(\bar{y}|a) \frac{R(\bar{y})}{2} + \rho(\underline{y}|a) \frac{R(\underline{y})}{2} - c_i(a_i),$$

各戦略の組合せに応じて期待利得を計算すると, 次のような囚人のジレンマゲームが得られる.

	E	S
E	1, 1,	-1, 2
S	2, -1	0, 0

図1. パートナーシップゲームの期待利得行列

## 2.2 動学ゲームの利得

各プレイヤーは将来の利得を割引ファクター  $\delta \in [0, 1)$  で割引くとする. 本稿では  $\delta$  の値は全てのプレイヤーに共通とする. プレイヤー  $i$  が将来にわたって  $(v_{i0}, v_{i1}, v_{i2}, \dots)$  と各期の利得を得るのであれば, プレイヤー  $i$  の長期平均利得は

$$v_i = (1 - \delta) \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t v_{it}$$

によって与えられる. 今後は, 長期平均利得を本分野の慣例に従って, 平均利得と呼ぶことにする.

## 2.3 状態変数と戦略の記述

不完全公的観測のゲームにおいては, 我々は戦略を公的戦略のクラスに制限して分析を行うことが一般的である. 公的戦略とは, 各プレイヤーの公的シグナルの歴史にのみに依存

する戦略のことである。公的戦略を記述するために、以下のようなプレイヤーの状態変数を導入する。プレイヤー  $i$  の状態変数を  $\theta_i$  で表現し、 $g$  または  $b$  の値をとるとする。形式的には、 $\theta_i \in \{g, b\} \equiv \Theta_i$  である。加えて、あるペア  $(i, j)$  の状態は  $\theta$  によって表現されたとする。形式的には、 $\theta = (\theta_i, \theta_j) \in \Theta_i \times \Theta_j \equiv \Theta$  である。各プレイヤーの状態変数はペアにおける相手プレイヤーによって観察可能と仮定する。つまり、本稿における状態変数は、Okuno-Fujiwara and Postlewaite(1995) によって提案された情報伝達装置としてのラベルに相当するものである。各プレイヤーの状態変数は、ラベルとして各プレイヤーに貼り付けられ、新しくペアになった相手プレイヤーに、これまでにこのプレイヤーがどのような行動を取ったかについての部分的な情報を伝える役割を果たすのである。各プレイヤーはラベルを自分で張り替えることはできないと仮定する。

この設定の下に、オートマトン表現で用いられる産出関数と推移関数を用いて、ゲーム  $\Gamma$  において各プレイヤーが選択する戦略  $\sigma$  を記述する<sup>1</sup>。各プレイヤーは現在のペアの状態にのみ基いて行動を選択する。それは産出関数を用いて  $f: \Theta \rightarrow \prod_i A_i$  のように記述する<sup>2</sup>。一方、推移関数は、今期のペアの状態と今期選ばれた行動に基づいて次期のペアの状態を指定する関数である。本モデルに即して言う、状態  $\Theta$  から状態  $\Theta$  上の確率分布への関数となり、 $\tau: \Theta \times A \rightarrow \Delta(\Theta)$  である。

産出関数、推移関数の具体例、つまり戦略の具体例として以下の数値例を挙げる。

### 戦略 1.

$$f(\theta) = \begin{cases} E, & \text{if } \theta = (g, g), (b, g), \\ S, & \text{if } \theta = (g, b), (b, b). \end{cases}$$

$$\tau_i(\theta, y) = \begin{cases} 1, & \text{if } (\theta, y) = ((g, g), \bar{y}), ((g, b), \bar{y}), ((g, b), \underline{y}), ((b, g), \bar{y}), \\ 0, & \text{if } (\theta, y) = ((g, g), \underline{y}), ((b, g), \underline{y}), ((b, b), \bar{y}), ((b, b), \underline{y}). \end{cases}$$

ただし、 $\tau_i$  はプレイヤー  $i$  の状態が次の期に状態  $g$  へ移る推移確率を表しており、また推移関数の要素である。つまり、 $\tau \equiv (\tau_i, \tau_j)$  である。

<sup>1</sup>本稿では、社会のすべてのプレイヤーは同じ戦略を選択する状況だけを考察する。

<sup>2</sup>本稿では、プレイヤーが純粋行動のみをとる状況だけを考察対象としたため、産出関数はこのように表記した。混合行動も含めた戦略をとるようなケースについては今後の課題としたい。

戦略1の意味するところは以下の通りである。ペアを組んだ相手プレイヤーが、過去にどのような行動を取ってきたかは置いておいて、現在の相手の状態にだけ基づいて各期の行動を決め、状態が  $g$  であれば協力し、 $b$  であれば罰則を与える。特に、ペアの状態が  $(g, b)$  または  $(b, g)$  のとき、その期において、 $g$  プレイヤーには2の利得が与えられる一方、 $b$  プレイヤーには-1の利得が与えられるように指定されていることが産出関数  $f(\theta)$  の大きな特徴である。つまり、ランダムマッチングに拡張することにより、真面目に行動するプレイヤーには報酬を与え、怠けたプレイヤーを罰するという非対称的罰則的な要素を自然な形で導入することができ、これが効率性の改善に繋がる。これが本研究のアイデアの根幹である。

また、推移関数  $\tau_i$  は産出関数によって指定された行動に従った方が、従わなかった場合に比べて、次の期には高い確率で  $g$  の状態に留まるような意図のもとに設定してある。例えば、ペアの状態が  $(g, g)$  のとき、相手プレイヤーが指定された行動に従っているとき、自分もそれに従い  $E$  を選べば、 $2/3$  の確率でシグナル  $\bar{y}$  が実現し、その結果  $2/3$  の確率で次の期には  $g$  の状態に留まる。一方で、指定された行動から逸脱し、 $S$  を選ぶと、シグナル  $\bar{y}$  が実現する確率は  $1/3$  に落ち込み、その結果、次の期に  $g$  の状態に留まる確率も  $1/3$  に落ちる。

戦略1は、既にイントロダクションで述べたように、Okuno-Fujiwara and Postlewaite(1995)の社会規範の定義に対応していることが分かるだろう。従って、この戦略がゲームの均衡になりうるかは、その戦略を用いて表現した社会規範が、社会において維持されうるかという問題と考えられ、この問題について次章以降で考察していくことになる。

## 2.4 定常状態と均衡の定義

ゲーム  $\Gamma$  においては、各プレイヤーの状態変数  $\theta_i$  は社会を構成する各プレイヤーがどのような戦略を選択するか依存する。そのため、状態が  $g$  であるプレイヤーと  $b$  であるプレイヤーが社会に占める割合は、各プレイヤーが選択する戦略に依存して決まる。この点を、前節の戦略1を用いて確認する。まず、 $t$  期において状態が  $g$  であるプレイヤーの社会全体に占める割合を  $\mu_t \in [0, 1]$  で表すとする。また、この割合  $\mu_t$  の値は社会の全プレイヤーに観察可能であると仮定する。この仮定は、指定された戦略に社会のメンバーがどの程度従っているかという社会全体の様子あるいは状態を、社会の各メンバーが知ることができることを意味している。Ellison(1994) は、あるランダム変数が社会の全プレイヤーに公的に観察可能であるとする仮定を用いて、社会全体の協力が可能であることを示した。社会のメンバーがある共通の

変数を観察可能とする点では、本稿の仮定と同様である。しかしながら、本稿の仮定では、その変数が社会全体の状態を示す内容を含むという点では Ellison(1994) より多くを要求している<sup>3</sup>。また、社会の全プレイヤーが戦略1に従うと仮定しよう。このとき、例えば、 $t$  期において状態が  $(g, g)$  となるペアが組まれる割合は  $\mu_t^2$  である。その内の  $2/3$  のペアでは、シグナル  $\bar{y}$  が発生し、その結果、次の期にも  $g$  に留まる。一方で、残りの  $1/3$  のペアでは、シグナル  $\underline{y}$  が発生し、状態は  $b$  に移ることになる。他のケースも同様にして考えると、状態が  $g$  のプレイヤーの社会全体に占める割合は、次の式に従って推移する。

$$\mu_{t+1} = \frac{2}{3}\mu_t^2 + \mu_t(1 - \mu_t) + \frac{1}{3}\mu_t(1 - \mu_t). \quad (1)$$

このとき、定常状態  $\mu^*$  とは  $\mu_{t+1} = \mu_t$  が成り立つ状態であり、計算により  $\mu^* = 1/2$  であることが分かる。ここで、(1) 式をグラフに示したものが、下の図2である。

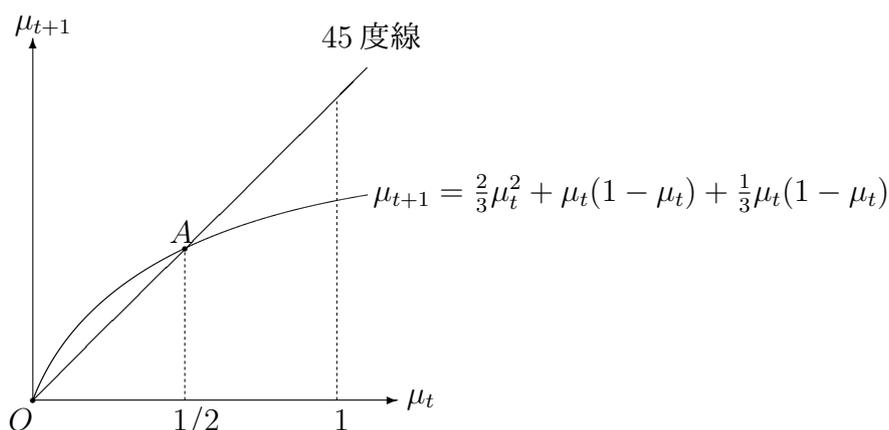


図2.  $\mu_t$  の推移と定常状態

この図より、2つの点  $O$  と  $A$  が定常状態であるが、 $A$  点が安定的である一方で、 $O$  点は安定的ではないことが確認できる。従って、我々は  $\mu^* = 1/2$  のケースに分析を集中する。

ところで、(1) 式から分かるように、定常状態  $\mu^*$  の値は、社会のプレイヤーが従う戦略に依存する。従って、ゲーム  $\Gamma$  では、各プレイヤーが従う戦略に加えて全プレイヤーの状態の分布が、プレイヤーの期待利得に影響を及ぼすことになる。以上の点を踏まえて、ゲーム  $\Gamma$  の均衡を次のように定義する。

<sup>3</sup>Ellison(1994) では、各プレイヤーは、全員が観察可能なランダム変数に行動を相関させることにより、協力が実現されることが示される。つまり、繰り返しランダムマッチングゲームの難点である情報伝達の困難さを、解決する中心的な役割をこのランダム変数が担うことになる。一方、本研究では、プレイヤーが自らのインセンティブを把握するためには、社会全体の状態とペアの状態の両方を知る必要がある。この点については、第5章においても一度触れたい。

**定義 1** ある定常状態  $\mu^*$  が存在し, その  $\mu^*$  の下で戦略  $\sigma$  を選択することが全てのプレイヤーにとって逐次合理的であるならば, 戦略  $\sigma$  はゲーム  $\Gamma$  の均衡である.

### 3 数値例を用いた分析

この章では, 2章で設定を行ったモデルについて, 数値例を用いて分析する. 数値例としては, 既に 2.3 節で例示した戦略 1 をまず取り上げる. 戦略 1 は本研究が考察対象とする戦略の中で, 最も効率性が低い戦略の例である. しかしながら, ベンチマークとして次節で取り上げる単純な 2 人繰り返しゲームで達成される最大の利得と等しい利得が達成可能である. つまり, ベンチマークとの境界を示す戦略と言える. その後で, それを修正した戦略 2, 3 を取り上げることにする. 戦略 2 と 3 は, 戦略 1 に工夫を施すとより効率的な利得が実現できることを示す例である.

#### 3.1 ベンチマーク

数値例を用いた分析に入る前に, それらと比較するベンチマークとして, Fudenberg, Levine and Maskin(1994) の数値例について結果と解釈を述べておく. この数値例は, 2.1 節で設定した成分ゲームを 2 人でプレイする単純な繰り返しゲームであり, いわゆる不完全公的観測の 2 シグナルのケースの代表例として知られている. この繰り返しゲームに関して, 次の事実が得られる.

**事実 1** 任意の  $\delta \in [0, 1)$  について, 両プレイヤーの均衡利得の和は 1 を超えない.

証明は Fudenberg, Levine and Maskin(1994) を参照されたい. 事実 1 は均衡利得プロファイルが  $(1, 1)$  を含む効率的な水準よりも大きく下回ることを意味している.

効率性が達成されない理由は以下の通りである. 不完全公的観測の 2 シグナルのケースでは, 自分は真面目に努力したにも関わらず悪いシグナルが発生したとき, 相手が怠けたのかそれとも真面目に努力したのに運悪く悪いシグナルが出たのかの区別がつかない. それに対して真面目に努力したと常に看做して罰則を加えなければ, 真面目に働かせる動機付けを与えることができない. 従って, 悪いシグナルが出た時には囚人のジレンマのナッシュ均衡を一定

期間プレイする等何らかの罰則を加える必要がある。その際には罰則を加える側も、低い利得に甘んじねばならない。結果として、利得は非効率な水準に陥ってしまうのである。

## 3.2 戦略1

戦略1に社会の全てのプレイヤーが従った時の定常状態が  $\mu^* = 1/2$  となることは既に示した。本節では、この定常状態  $\mu^* = 1/2$  の下で、戦略1に従った時の平均利得を求め、その上でプレイヤーの逐次合理性がみたされるためのインセンティブ条件を求める。また、今後の説明において混乱を避けるため、戦略1における定常状態はこれ以降  $\mu_1^*$  と表現する。

ペアの状態が  $\theta$  の時のプレイヤーの平均利得を  $v_\theta$  で表す。その時、平均利得  $v_{gg}$  は次のように、他の状態の平均利得と関係付けられる。

$$v_{gg} = (1 - \delta) + \delta \left\{ \frac{2}{3} \left( \frac{1}{2} v_{gg} + \frac{1}{2} v_{gb} \right) + \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} v_{bg} + \frac{1}{2} v_{bb} \right) \right\}. \quad (2)$$

式の解釈は以下の通りである。ペアの状態は今期においては  $(g, g)$  である。従って、戦略1に従えば両プレイヤーは  $E$  を選ぶ。その結果、今期には1の期待利得を得る。期末に発生するシグナルは、 $2/3$  の確率でシグナル  $\bar{y}$  が発生し、次の期の両プレイヤーの状態は  $g$  に維持され、 $1/3$  の確率でシグナル  $\underline{y}$  が発生し、次の期の両プレイヤーの状態は  $b$  に移る。右辺第2項の中括弧のなかのウエイトがこの確率に対応する。更に、定常状態が  $\mu_1^* = 1/2$  であるので、次の期のランダムマッチングの結果、自分の状態に関わらず、 $1/2$  の確率で状態が  $g$  のプレイヤーと  $1/2$  の確率で状態が  $b$  のプレイヤーとペアを組むことになる。小括弧のなかのウエイトがこの確率に対応している。

同様に考えると、他の状態の平均利得は次のように記述できる。

$$v_{gb} = 2(1 - \delta) + \delta \left( \frac{1}{2} v_{gg} + \frac{1}{2} v_{gb} \right). \quad (3)$$

$$v_{bg} = -(1 - \delta) + \delta \left\{ \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} v_{gg} + \frac{1}{2} v_{gb} \right) + \frac{2}{3} \left( \frac{1}{2} v_{bg} + \frac{1}{2} v_{bb} \right) \right\}. \quad (4)$$

$$v_{bb} = \delta \left( \frac{1}{2} v_{bg} + \frac{1}{2} v_{bb} \right). \quad (5)$$

(2)~(5) の連立方程式を解くことにより, 各状態における平均利得は次のように求められる.

$$(v_{gg}, v_{gb}, v_{bg}, v_{bb}) = \left( \frac{6-5\delta}{6-4\delta}, \frac{12-11\delta}{6-4\delta}, \frac{(-2+\delta)(-3+4\delta)}{-6+4\delta}, \frac{(3-4\delta)\delta}{-6+4\delta} \right). \quad (6)$$

一般に, このゲームの定常状態  $\mu^*$  において, 各プレイヤーが平均的に得る長期平均利得  $\bar{v}$  は各状態のペアの割合にウエイト付けられた各状態の長期平均利得の期待値である. つまり,

$$\bar{v} = (\mu_1^*)^2 v_{gg} + \mu_1^*(1-\mu_1^*)v_{gb} + (1-\mu_1^*)\mu_1^* v_{bg} + (1-\mu_1^*)^2 v_{bb} \quad (7)$$

である.  $\mu_1^* = 1/2$  ならびに (6) 式を (7) 式に代入することにより, 戦略1に社会の全プレイヤーが従った時, 定常状態における各プレイヤーの平均利得の期待値  $\bar{v}_1$  は,

$$\bar{v}_1 = \mu_1^* = \frac{1}{2}$$

であることが分かる. この事実を次のようにまとめておく.

**事実 2** ゲーム  $\Gamma$  において, 戦略1に従った時, 任意の  $\delta \in [0, 1)$  について, ペアを組んだプレイヤーの平均利得の期待値の和は1である.

つまり, 戦略1を用いると, 単純な繰り返しゲームで達成される最大の利得を達成することが出来るのである.

次に, 戦略1がゲーム  $\Gamma$  の均衡になることを確認する. 各状態において最適な逸脱をした際の利得を  $v'_g$  と表現する. そのとき, 各状態におけるプレイヤーのインセンティブ条件は以下のようなになる.

$$v_{gg} \geq v'_{gg} \equiv 2(1-\delta) + \delta \left\{ \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} v_{gg} + \frac{1}{2} v_{gb} \right) + \frac{2}{3} \left( \frac{1}{2} v_{bg} + \frac{1}{2} v_{bb} \right) \right\}, \quad (8)$$

$$v_{gb} \geq v'_{gb} \equiv (1-\delta) + \delta \left( \frac{1}{2} v_{gg} + \frac{1}{2} v_{gb} \right), \quad (9)$$

$$v_{bg} \geq v'_{bg} \equiv \delta \left( \frac{1}{2} v_{bg} + \frac{1}{2} v_{bb} \right), \quad (10)$$

$$v_{bb} \geq v'_{bb} \equiv -1(1-\delta) + \delta \left( \frac{1}{2} v_{bg} + \frac{1}{2} v_{bb} \right). \quad (11)$$

(9) 式と (11) 式は任意の  $\delta \in [0, 1)$  について成り立つ. (6) 式の結果を代入して (8) 式を計算すると,  $\delta \geq 3/4$  という結果が得られる. 同様に, (6) 式の結果を代入して (10) 式を計算すると, やはり  $\delta \geq 3/4$  のときに戦略 1 に従うインセンティブが維持されることが確かめられる. 従って, 割引ファクター  $\delta$  が  $3/4$  以上の時には戦略 1 が均衡であることが確かめられたことになる. この事実を次のようにまとめておく.

**事実 3**  $\delta \geq 3/4$  のとき, 戦略 1 はゲーム  $\Gamma$  の均衡となる.

事実 2 と 3 を併せることにより, ゲームを繰り返しランダムマッチングゲームに拡張することにより, 通常の繰り返しゲームで達成される最大の利得を均衡で実現できることが示されたことになる. この結果を手掛かりに, 戦略 1 より厳密な意味で利得がパレート改善される戦略があるのかについて次節以下で考察する.

### 3.3 戦略 2

戦略 1 は極めてシンプルな戦略であると言えるが, 効率性という観点では物足りない. 実は, 戦略 1 に一工夫加えることにより, もう少し効率性を改善することができる. それを示すのが戦略 2 である. 戦略 2 は, 産出関数は戦略 1 と同じままであり, 推移関数のみ次のように修正したものである.

**戦略 2.**

$$\tau_i(\theta, y) = \begin{cases} 1, & \text{if } (\theta, y) = ((g, g), \bar{y}), ((g, b), \bar{y}), ((g, b), \underline{y}), ((b, g), \bar{y}), \\ \frac{1}{4}, & \text{if } (\theta, y) = ((b, b), \underline{y}), \\ 0, & \text{if } (\theta, y) = ((g, g), \underline{y}), ((b, g), \underline{y}), ((b, b), \bar{y}). \end{cases}$$

修正点は次の通りである. 戦略 1 においては, ペアの状態が  $(b, b)$  で, 相手プレイヤーがこの戦略に従っているとき, 真面目に指示された通りの行動  $S$  をとったならば, 確率 1 でシグナル  $y$  が発生し, プレイヤーの状態は  $b$  に留まる. そこで, 戦略 2 ではこのケースに救済措置を加え, 真面目に戦略通り行動し, シグナル  $\underline{y}$  が出たならば,  $1/4$  の確率で  $g$  に移してやろうという意図を持った戦略である. 罰則を受けている状態のプレイヤーをゆるす程度を高くするよう社

会全体で了解しあうことにより、この修正は可能になる。仮に、この状況でプレイヤーが逸脱をし、行動  $E$  をとると、シグナル  $y$  の発生確率を低下させるため、このような修正により、真面目に行動した際の次期以降の利得を上げる一方で、逸脱のインセンティブは発生させずに済むのである。加えて、社会全体では、状態  $g$  のプレイヤーの割合を増加させ、その結果、平均利得を押し上げることになるのである。

次に戦略 1 で行ったのと同様、均衡における平均利得を求め、戦略 2 が均衡となる条件を導く。社会の全プレイヤーが戦略 2 に従った時、状態が  $g$  のプレイヤーの社会全体の人口に占める割合は、次の式に従って推移する。

$$\mu_{t+1} = \frac{2}{3}\mu_t^2 + \mu_t(1 - \mu_t) + \frac{1}{3}\mu_t(1 - \mu_t) + \frac{1}{4}(1 - \mu_t)^2. \quad (12)$$

(12) 式から定常状態においては、 $\mu_2^* = 3/5$  であることが分かる。また、定常状態の安定性は戦略 1 と同様に図を描くことから確かめられるので、記述は省略する。

次に定常状態の下で均衡利得を求める。数値例 1 と同様に各状態の平均利得は以下の 4 本の式によって特徴づけられる。

$$v_{gg} = (1 - \delta) + \delta\left\{\frac{2}{3}\left(\frac{3}{5}v_{gg} + \frac{2}{5}v_{gb}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{3}{5}v_{bg} + \frac{2}{5}v_{bb}\right)\right\}. \quad (13)$$

$$v_{gb} = 2(1 - \delta) + \delta\left(\frac{3}{5}v_{gg} + \frac{2}{5}v_{gb}\right). \quad (14)$$

$$v_{bg} = -(1 - \delta) + \delta\left\{\frac{1}{3}\left(\frac{3}{5}v_{gg} + \frac{2}{5}v_{gb}\right) + \frac{2}{3}\left(\frac{3}{5}v_{bg} + \frac{2}{5}v_{bb}\right)\right\}. \quad (15)$$

$$v_{bb} = \delta\left\{\frac{1}{4}\left(\frac{3}{5}v_{gg} + \frac{2}{5}v_{gb}\right) + \frac{3}{4}\left(\frac{3}{5}v_{bg} + \frac{2}{5}v_{bb}\right)\right\}. \quad (16)$$

(13)~(16) 式の 4 本の連立方程式を解くことにより、各状態における平均利得は次のように求められる。

$$\begin{aligned} & (v_{gg}, v_{gb}, v_{bg}, v_{bb}) \\ &= \left( \frac{30 - 23\delta + 2\delta^2}{15(2 - \delta)}, \frac{20 - 16\delta - \delta^2}{5(2 - \delta)}, \frac{-30 + 47\delta - 8\delta^2}{15(2 - \delta)}, \frac{\delta(-1 + 4\delta)}{5(2 - \delta)} \right). \end{aligned} \quad (17)$$

戦略 1 のときと同様、 $\mu_2^* = 3/5$  ならびに (17) 式を (7) 式に代入することにより、定常状態において各プレイヤーが平均的に得る利得  $\bar{v}_2$  は、

$$\bar{v}_2 = \mu_2^* = \frac{3}{5} \quad (18)$$

であることが分かる。この事実を次のようにまとめておく。

**事実 4** ゲーム  $\Gamma$  において, 戦略 2 に従った時, 任意の  $\delta \in [0, 1)$  について, ペアを組んだプレイヤーの平均利得の和は  $6/5$  であり, 厳密に 1 を超える.

次に, 戦略 2 が均衡となる条件を求める. 各状態におけるインセンティブ条件は次の 4 式の通りである.

$$v_{gg} \geq v'_{gg} \equiv 2(1 - \delta) + \delta \left\{ \frac{1}{3} \left( \frac{3}{5} v_{gg} + \frac{2}{5} v_{gb} \right) + \frac{2}{3} \left( \frac{3}{5} v_{bg} + \frac{2}{5} v_{bb} \right) \right\}, \quad (19)$$

$$v_{gb} \geq v'_{gb} \equiv (1 - \delta) + \delta \left( \frac{3}{5} v_{gg} + \frac{2}{5} v_{gb} \right), \quad (20)$$

$$v_{bg} \geq v'_{bg} \equiv \delta \left( \frac{3}{5} v_{bg} + \frac{2}{5} v_{bb} \right), \quad (21)$$

$$v_{bb} \geq v'_{bb} \equiv -1(1 - \delta) + \delta \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{3}{5} v_{bb} + \frac{2}{5} v_{gb} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{3}{5} v_{bg} + \frac{2}{5} v_{bb} \right) \right\}. \quad (22)$$

戦略 1 と同様, (20) 式と (22) 式は任意の  $\delta$  について成り立つ. また (19) 式と (21) 式に (17) 式を代入すると, どちらからも  $\delta \geq 6/7$  という結果が得られる. 従って, 割引ファクターが  $\delta \geq 6/7$  の時には戦略 2 が均衡であることが確かめられた. この事実を次のようにまとめておく.

**事実 5**  $\delta \geq 6/7$  のとき, 戦略 2 はゲーム  $\Gamma$  の均衡となる.

事実 4 と 5 から, ゲーム  $\Gamma$  においては, 通常の繰り返しゲームで達成できる利得より, パレート改善された利得が均衡で実現できることが示されたことになる. ところで, ゲーム  $\Gamma$  において, ペアの平均利得の和が厳密に 1 を上回る戦略は多数ある. 次の節では, その中からもう一つ例を挙げ, 考察を進めたい.

### 3.4 戦略 3

戦略 2 と異なった工夫により, ゲーム  $\Gamma$  の平均利得  $\bar{v}$  を上げることが可能である. それを示すのが戦略 3 である. 戦略 3 も戦略 1 と産出関数は同じのまま, 推移関数を次のように変更する.

**戦略 3.**

$$\tau_i(\theta, y) = \begin{cases} 1, & \text{if } (\theta, y) = ((g, g), \bar{y}), ((g, b), \bar{y}), ((g, b), \underline{y}), ((b, g), \bar{y}), \\ \frac{1}{4}, & \text{if } (\theta, y) = ((g, g), \underline{y}), \\ 0, & \text{if } (\theta, y) = ((b, g), \underline{y}), ((b, b), \bar{y}), ((b, b), \underline{y}). \end{cases}$$

この戦略の特徴は次の通りである。ペアの状態が  $(g, g)$  のとき、仮に両者が指示通りの戦略に従っても、 $1/3$  の確率でシグナル  $\underline{y}$  が発生し、プレイヤーの状態は  $g$  から  $b$  へと変更される。戦略 3 ではこのケースに救済措置を加え、シグナル  $\underline{y}$  が発生しても、一部は  $g$  の状態に維持してやろうという訳である。間違いを犯したとしても、全てを罰するのではなく、一部をゆるしてやろるように社会全体で合意することによりこの修正は可能となる。加えて、このタイプの修正も、戦略 2 と同様、状態  $g$  のプレイヤーの割合を増加させる効果を持ち、その結果、平均利得を押し上げることに繋がるのである。

これまで同様、戦略 3 にしたがった時の均衡における平均利得、並びに戦略 3 が均衡となる条件を導いてみよう。全てのプレイヤーが戦略 3 に従った時、状態が  $g$  のプレイヤーの社会全体に占める割合は、次の式に従って推移する。

$$\mu_{t+1} = \frac{3}{4}\mu_t^2 + \mu_t(1 - \mu_t) + \frac{1}{3}\mu_t(1 - \mu_t). \quad (23)$$

(23) 式から定常状態においては、 $\mu_3^* = 4/7$  であることが分かる。定常状態の安定性は戦略 1 と同様に図を描くことから確かめられるので、記述は省略する。

次に定常状態の下で均衡利得を求める。各状態の平均利得は以下の 4 本の式によって特徴づけられる。

$$v_{gg} = (1 - \delta) + \delta \left\{ \frac{3}{4} \left( \frac{4}{7}v_{gg} + \frac{3}{7}v_{gb} \right) + \frac{1}{4} \left( \frac{4}{7}v_{bg} + \frac{3}{7}v_{bb} \right) \right\}. \quad (24)$$

$$v_{gb} = 2(1 - \delta) + \delta \left( \frac{4}{7}v_{gg} + \frac{3}{7}v_{gb} \right). \quad (25)$$

$$v_{bg} = -(1 - \delta) + \delta \left\{ \frac{1}{3} \left( \frac{4}{7}v_{gg} + \frac{3}{7}v_{gb} \right) + \frac{2}{3} \left( \frac{4}{7}v_{bg} + \frac{3}{7}v_{bb} \right) \right\}. \quad (26)$$

$$v_{bb} = \delta \left( \frac{4}{7}v_{bg} + \frac{3}{7}v_{bb} \right). \quad (27)$$

(24)～(27) 式の 4 本の連立方程式を解くことにより、各状態における平均利得は次のように

求められる.

$$(v_{gg}, v_{gb}, v_{bg}, v_{bb}) = \left( \frac{-42 + 31\delta + 3\delta^2}{-42 + 28\delta}, \frac{42 - 40\delta + 2\delta^2}{21 - 14\delta}, \frac{(-7 + 3\delta)(-3 + 4\delta)}{7(-3 + 2\delta)}, \frac{4\delta(-3 + 4\delta)}{7(-3 + 2\delta)} \right). \quad (28)$$

これまでと同様に,  $\mu_3^* = 4/7$  ならびに (28) 式を (7) 式に代入することにより, 定常状態において各プレイヤーが平均的に得る利得  $\bar{v}_3$  は,

$$\bar{v}_3 = \mu_3^* = \frac{4}{7} \quad (29)$$

であることが分かる. 加えて, 社会全体では, 状態  $g$  のプレイヤーの割合を増加させ, その結果, 平均利得を押し上げることになるのである. この事実を次のようにまとめておく.

**事実 6** ゲーム  $\Gamma$  において, 戦略 3 に従った時, 任意の  $\delta \in [0, 1)$  について, ペアを組んだプレイヤーの平均利得の和は  $8/7$  であり, 厳密に 1 を超える.

次に, 戦略 3 が均衡となる条件を求める. 各状態におけるインセンティブ条件は次の 4 式の通りである.

$$v_{gg} \geq v'_{gg} \equiv 2(1 - \delta) + \delta \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{4}{7} v_{gg} + \frac{3}{7} v_{gb} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{4}{7} v_{bg} + \frac{3}{7} v_{bb} \right) \right\}, \quad (30)$$

$$v_{gb} \geq v'_{gb} \equiv (1 - \delta) + \delta \left( \frac{4}{7} v_{gg} + \frac{3}{7} v_{gb} \right), \quad (31)$$

$$v_{bg} \geq v'_{bg} \equiv \delta \left( \frac{4}{7} v_{bg} + \frac{3}{7} v_{bb} \right), \quad (32)$$

$$v_{bb} \geq v'_{bb} \equiv -1(1 - \delta) + \delta \left( \frac{4}{7} v_{bg} + \frac{3}{7} v_{bb} \right). \quad (33)$$

既に求めた平均利得を用いて上の条件を計算すると,  $\delta \geq 6/7$  の時, 全てのペアの状態において戦略 3 に従うインセンティブが維持される. この事実を次のようにまとめておく.

**事実 7**  $\delta \geq 6/7$  のとき, 戦略 3 はゲーム  $\Gamma$  の均衡となる.

事実 4,5 と事実 6,7 を併せると, 均衡で達成される平均利得をパレート改善するには, 推移関数の異なる部分を修正する異なる方法があることが分かる. この点については, 章を改めて詳しく検討したい.

## 4 ディスカッション

ゲーム  $\Gamma$  の均衡として, これまで3つの戦略を挙げ, 平均利得の値と戦略が均衡となる条件を調べてきた. より一般的にゲーム  $\Gamma$  の均衡としてどのような戦略があるのか, そして均衡で実現できる平均利得の値について何か言えるのかという2つの問題について, この章では述べたい. ただし, これから述べる結果は分析的に導き出したものではなく, Mathematica を用い, 数値例によって調査したものであることをお断りしておく.

まず後者については次のようなことが確かめられている. 本稿で取り上げた戦略1から3で指定したような形に産出関数を固定し, 推移関数の値のみを変更することによって達成可能な均衡利得  $\bar{v}$  は  $2/3$  を超えない. 均衡利得が  $2/3$  以上になるように推移関数を修正すると, 戦略に従うインセンティブを維持することができない.

次に後者について述べる. 説明の便宜のために, 推移関数の値を次のように置く.

$$\tau_i(\theta, y) = \begin{cases} 1, & \text{if } (\theta, y) = ((g, g), \bar{y}), ((g, b), \bar{y}), ((g, b), \underline{y}), ((b, g), \bar{y}), \\ \alpha, & \text{if } (\theta, y) = ((g, g), \underline{y}), \\ \beta, & \text{if } (\theta, y) = ((b, g), \underline{y}), \\ \gamma, & \text{if } (\theta, y) = ((b, b), \underline{y}), \\ 0, & \text{if } (\theta, y) = ((b, b), \bar{y}). \end{cases}$$

$((b, b), \underline{y})$  または  $((g, g), \underline{y})$  における推移確率を修正することが効率性の改善に繋がることは前の章の例ですでに確認した. 加えて,  $((b, g), \underline{y})$  の推移確率を上げることも効率性の改善に繋がることになる. そこで, これらの値を文字  $\alpha, \beta, \gamma$  で表す. このとき, 上述の戦略が均衡になるためには, 次の条件が必要である.

$$2(\alpha + \beta) + \frac{3}{2}\gamma < 1, \quad (34)$$

$$\alpha < \frac{1}{2}, \quad \beta < \frac{1}{4}, \quad \gamma < \frac{2}{3}. \quad (35)$$

効率性については, (35) 式の制約の範囲内で, (34) 式の左辺  $2(\alpha + \beta) + \frac{3}{2}\gamma$  をなるべく1に近づけることによって, 平均利得は上限の  $2/3$  に近づくことが分かる. また, (34) と (35) 式から明らか明らかなように, (34) 式の左辺を1に近づける方法は多数存在する.

## 5 おわりに

本稿では, Rosenthal(1979) によって考案された繰り返しランダムマッチングゲームの枠組みに不完全公的観測の要素を組み込んだモデルを構築し, 数値例を用いて考察を行った. 特に, 各期においてプレイされるパートナーシップゲームが, いわゆる不完全公的観測の2シグナルのケースである状況に焦点を当て, そのときランダムマッチングゲームへ状況を変更することにより, 通常の繰り返しゲームで達成できる利得をパレート改善することを示した. この分野の先行研究では, 繰り返しゲームで協力が達成できる状況を, 繰り返しランダムマッチングゲームの枠組みに拡張することは, プレイヤー間の協力をより難しくするが, 戦略設計の工夫, 情報伝達の手段の導入, 社会規範の利用など様々な手段を用いることにより社会全体での協力が実現できることが示されてきた. 逆に, 本研究では繰り返しゲームでは協力により効率的な利得を実現することが難しい状況を想定し, それを繰り返しランダムマッチングの枠組みに修正することにより, より効率的な利得を達成できることを示した.

最後に, 残された課題や注意すべき点を挙げておきたい. この分野に身を置くものとしては, モデル分析を通じて得られた結果に基づいて議論をすることが理想であるとは自覚している. その意味では, 数値例を用いた分析に留まっている現状は物足りない. また, 産出関数を固定して議論を行ったが, 混合行動を含め産出関数を工夫することにより, より効率的な利得が実現できるかも知れない. この点は今後の研究の課題としたい.

モデルの設定として最も気になる点は, プレイヤーの数を  $[0, 1]$  区間の連続体としていることである. 不完全公的観測を仮定しない先行研究と比べると, 社会全体の協力を実現するためには, より多くの情報伝達の手段を利用する必要があるが本モデルではある. 例えば, Kandori(1992) では, 伝染性トリガー戦略を用いると全く情報伝達がなされなくても協力が実現することが示されている. Ellison(1994) では, 社会の全プレイヤーが, 行動を相関させるために必要な共通のランダム変数が観察可能であれば協力は実現する. Okuno-Fujiwara and Postlewaite(1995) では, 相手プレイヤーが過去にどのような行動を取ってきたかを示すラベルだけが利用できれば, やはり社会全体の協力が実現する. 一方で, 脚注3で述べたように, 本モデルではプレイヤーが自らのインセンティブを把握し, 指定された戦略に従った方がよいかどうかを判断するためには, 社会全体の状態とペアを組んだ相手プレイヤーの状態の両方を知る必要がある. 従って, 本モデルが近似している社会は, これら先行研究が想定している匿名的な社会と通常の繰り返しゲームが想定している顔が見える社会の中間の辺りに相当する. ところが, あく

までも分析の簡単化が目的とは言え、プレイヤー数は先行研究よりも多い人数に仮定されている。できれば将来的に解決したい課題である。

## 参考文献

- [1] Deb, E. (2008) “Cooperation and Community Responsibility: A Folk Theorem for Repeated Random Matching Games,” mimeo.
- [2] Ellison, G. (1994) “Cooperation in the Prisoner’s Dilemma with Anonymous Random Matching,” *Review of Economic Studies*. Vol. 61: pp. 564-588.
- [3] Fudenberg, D., K. Levine, and E. Maskin (1994) “The Folk Theorem with Imperfect Public Information,” *Econometrica*, Vol. 62. pp. 997-1039.
- [4] Ghosh, P., and D. Ray (1996) “Cooperation in Community Interaction Without Information Flows,” *Review of Economic Studies*, Vol. 63, pp. 491-519.
- [5] Hasker, K. (2007) “Social norms and choice: a weak folk theorem for repeated matching games,” *International Journal of Game Theory* Vol. 36: pp. 137-146.
- [6] Kandori, M. (1992) “Social Norms and Community Enforcement,” *Review of Economic Studies* Vol. 59: pp. 63-80.
- [7] Mailath, G. J., and L. Samuelson (2006) *Repeated Games and Reputations*. Oxford University Press.
- [8] Matsushima, H. (1989) “Efficiency in Repeated Games with Imperfect Monitoring,” *Journal of Economic Theory*, Vol. 48: pp. 428-442
- [9] Okuno-Fujiwara, M., and A. Postlewaite (1995) “Social Norms and Random Matching Games,” *Games and Economic Behavior*. Vol. 9: pp. 79-109.
- [10] Rosenthal, R. W. (1979) “Sequences of Games with Varying Opponents,” *Econometrica*, Vol. 47. pp. 1353-1366.
- [11] Takahashi, S. (2010) “Community Enforcement When Players Observe Partners’ Past Play,” *Journal of Economic Theory*. Vol. 145: pp. 42-62.
- [12] Xie, H., and Y.-j, Lee (2012) “Social Norms and trust among strangers,” *Games and Economic Behavior*. Vol. 76: pp. 548-555.